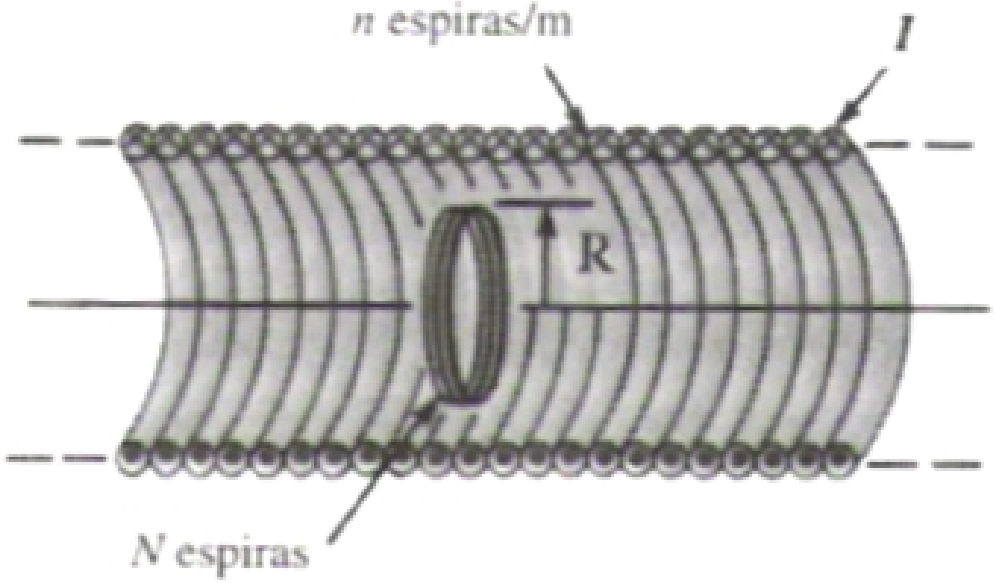
Física II - Lista de Exercícios

Lei de Faraday

1) Uma espira retangular, de área A, está imersa num campo magnético que é perpendicular ao seu próprio plano. O módulo do campo varia com o tempo conforme $B = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, onde B_0 e τ são constantes. Use a Lei de Faraday para mostrar que a fem (força eletromotriz) na espira é dada por:

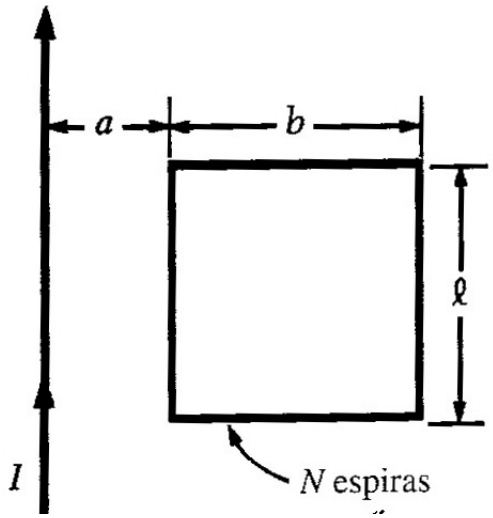
$$\varepsilon = \frac{AB_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

2) Um solenóide comprido com n espiras por metro (densidade de espiras) é percorrido por uma corrente dada por $I = I_0\,(1 - e^{-\alpha t})$, onde I_0 e α são constantes. No interior do solenóide, e coaxialmente a ele, está uma bobina circular de raio R, constituída por N espiras de fio condutor fino. Qual o módulo da fem induzida nesta bobina pela corrente variável?



Resposta: $|\varepsilon| = N\mu_0 n I_0 \pi R^2 \alpha e^{-\alpha t}$

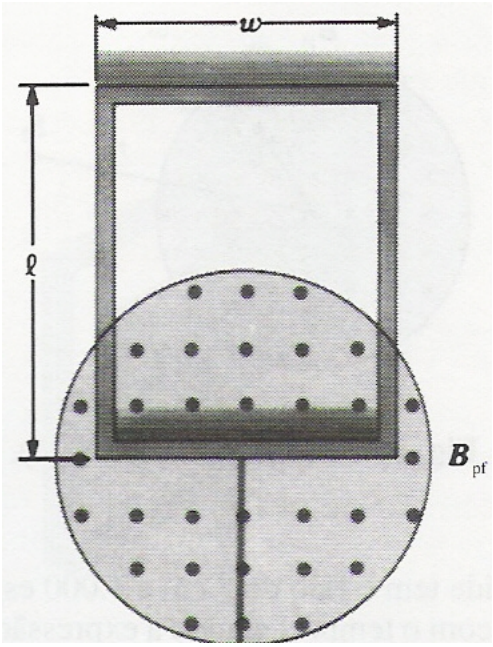
3) Um fio condutor retilíneo, comprido, conduz a corrente $I = I_0 sen\,(\omega t + \delta)$ e está no plano de uma bobina retangular com N espiras de fio condutor, como mostra a figura abaixo. As grandezas I_0, ω e δ são todas constantes. Determinar o módulo da fem induzida na bobina, pelo campo magnético da corrente no condutor retilíneo.



Resposta: $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 N I_0 \ell \omega}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \cos\left(\omega t + \delta\right)$

4) Uma espira retangular, de massa M, resistência R e dimensões w por l, cai num campo magnético B como mostra a figura abaixo. A espira acelera até atingir uma velocidade limite (também chamada de velocidade terminal) v. Determine a velocidade limite da barra.

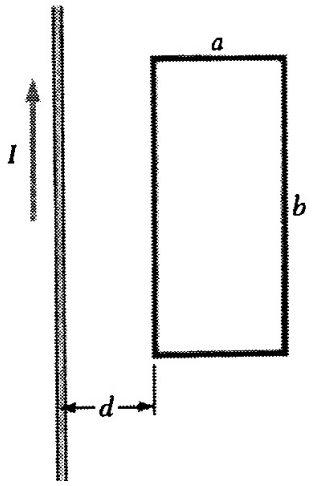
Lembrete: Denomina-se velocidade limite ou terminal, a velocidade atingida pelo corpo quando a aceleração do movimento torna-se nula, isto é, o corpo passa a se mover com velocidade constante.



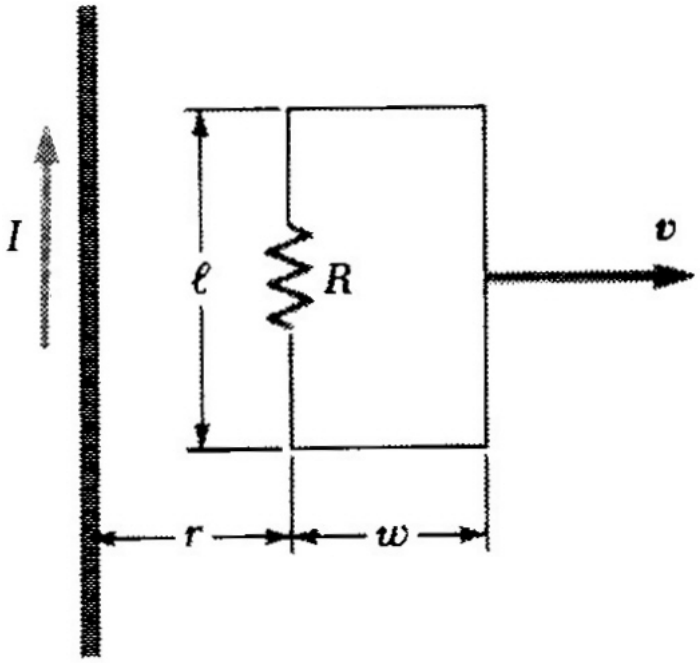
Resposta: $v = \frac{MgR}{B^2 w^2}$, sendo g a aceleração da gravidade.

5) Um fio metálico retilíneo, comprido, está paralelo a um lado de uma espira retangular simples, e no plano dessa espira, como mostra a figura abaixo. Se a corrente no fio comprido variar com o tempo conforme $I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$, mostrar que o módulo da fem induzida na espira é dado por:

$$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 b I}{2\pi\tau} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)$$

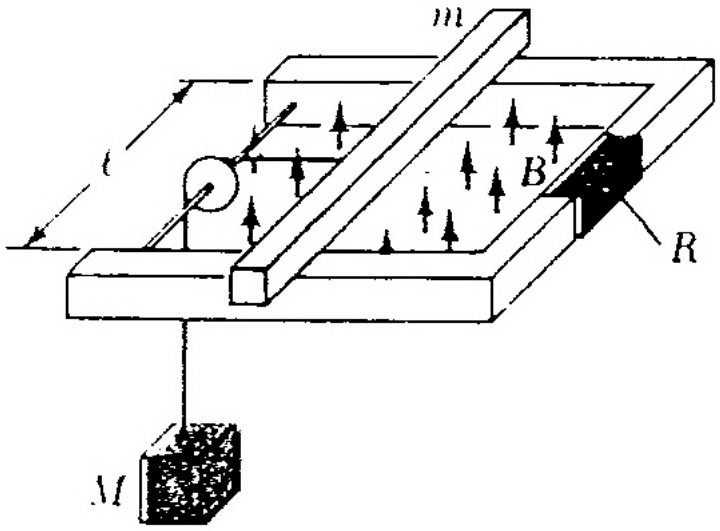


6) Uma espira retangular, com as dimensões l e w, se afasta com velocidade constante v de um fio condutor comprido que conduz uma corrente I e está no mesmo plano da espira, como mostrada na figura abaixo. A resistência total da espira é R. Deduza a expressão que dá a corrente induzida na espira, no instante em que a distância do lado mais próximo da espira, ao condutor seja r.



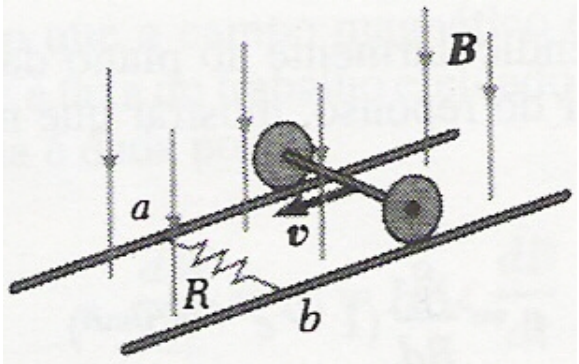
Resposta: $I = \frac{\mu_0 I \ell v}{2\pi R r} \frac{w}{(r+w)}$

7) A figura abaixo ilustra uma barra puxada horizontalmente sobre os trilhos paralelos por um fio (com massa desprezível) que passa sobre uma roldana ideal e onde está pendurado livremente um corpo de massa M. O campo magnético uniforme tem módulo B, a barra deslizante tem massa m e a distância entre os trilhos é l. Os trilhos tem duas extremidades ligadas através de um resistor R. Obtenha a expressão da velocidade horizontal da barra em função do tempo, admitindo que o corpo pendurando seja solto, com a barra em repouso, no instante t = 0 s. Admitir que não exista atrito entre os trilhos e a barra.



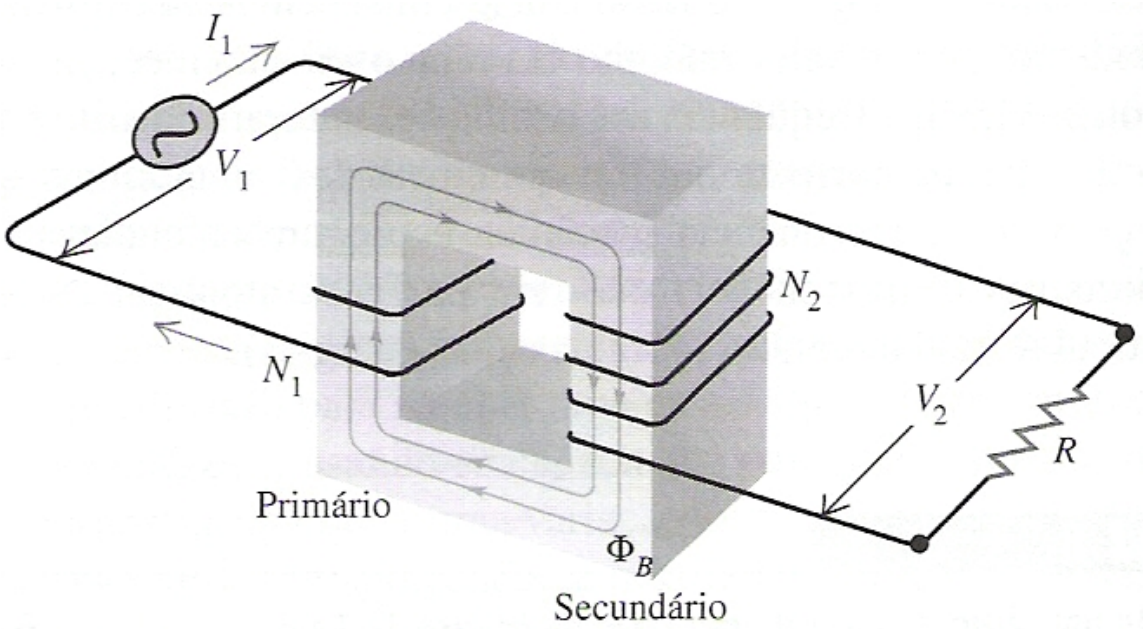
Resposta: $v\,(t) = \frac{mgR}{B^2\ell^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2\ell^2}{R(M+m)}t}\right)$

8) Na figura abaixo, o carrinho rolante, de largura l, é empurrado sobre os trilhos horizontais a uma velocidade constante v. Um resistor de valor R está ligando os trilhos nos pontos a e b, um em frente ao outro. (As rodas do carrinho fazem bom contato elétrico com os trilhos, de modo que o eixo, trilhos e resistor formam a malha fechada de um circuito. A única resistência significativa é a resistência R.). Na região, há um campo magnético uniforme B dirigido verticalmente para baixo. (a) Ache a corrente induzida I no resistor. (b) Calcule o módulo da força magnética devido a corrente induzida. (c) Qual extremidade do resistor, a ou b, está num potencial elétrico mais elevado?



Resposta: (a) $I = \frac{B\ell v}{R}$ (b) $\left|\vec{F}\right| = \frac{B^2\ell^2 v}{R}$ (c) O ponto b

9) O transformador é um dispositivo capaz de elevar ou abaixar uma tensão alternada. Na sua forma mais simples, o transformador de corrente alternada é constituído por duas bobinas de um fio condutor enroladas em torno de um núcleo de ferro doce, como mostra a figura abaixo.



A bobina da esquerda, que é ligada a uma tensão alternada de entrada, tem N1 espiras e é o enrolamento primário (o primário). A bobina da direita, constituída por N2 espiras e ligadas a um resistor de carga R, é o enrolamento secundário (o secundário). O objetivo do núcleo de ferro, comum aos dois enrolamentos, é aumentar o fluxo magnético e proporcionar um meio no qual quase todo o fluxo através de uma bobina passe também pela outra. A fonte de tensão alternada produz uma corrente alternada no primário, que da origem a um fluxo alternado no núcleo, isso gera uma fem induzida em cada enrolamento primário, em obediência a Lei de Faraday. Como o fluxo é o mesmo no núcleo de ferro, uma fem induzida aparecerá na bobina secundária dando origem a uma tensão alternada no dispositivo conectado com o secundário. Pela Lei da Indução de Faraday, sabemos que as tensões nas bobinas primárias e secundárias são dadas por:

$$V_1 = -N_1 \frac{d\phi_m}{dt} \quad e \quad V_2 = -N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

A partir dessas equações e com as considerações físicas apresentadas, mostre que as tensões primárias e secundárias num transformador são relacionadas por:

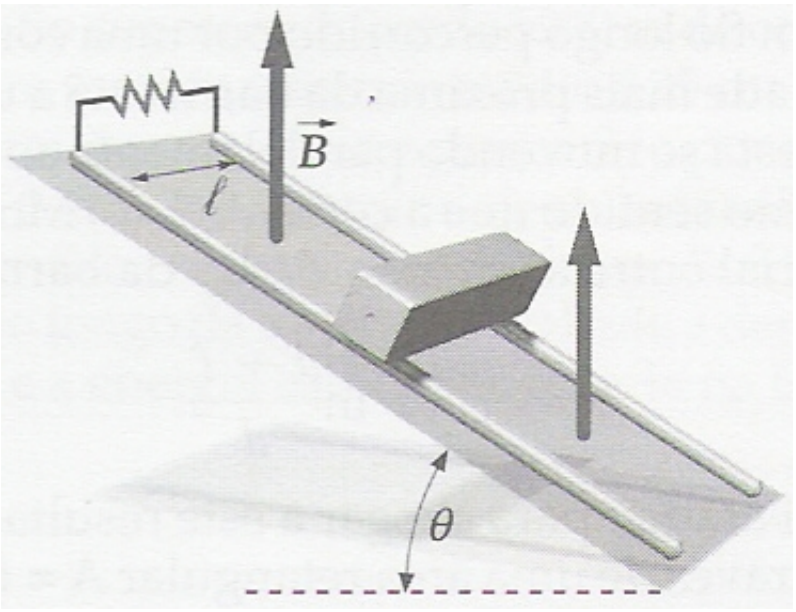
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

10) Na figura abaixo, uma barra condutora de massa m e resistência desprezível está livre para deslizar sem atrito ao longo de dois trilhos paralelos de resistência desprezível separados por uma distância l e ligados a uma resistência R. Os trilhos estão presos em um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal. O conjunto está submetido a um campo magnético B dirigido verticalmente para cima. (a) Mostre que a barra está sujeita a uma força de freagem, dirigida para cima ao longo do plano inclinado, dada por:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{B^2\ell^2 v\cos^2(\theta)}{R}$$

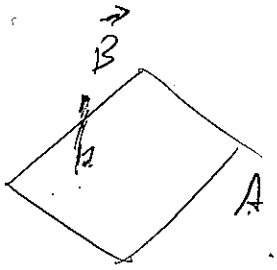
(b) Mostre que a velocidade limite da barra é dada por:

$$v = \frac{mgRsen(\theta)}{B^2\ell^2\cos^2(\theta)}$$



① $\phi = B \cdot A \Rightarrow \phi = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot A$

$$|f_{em}| = \frac{d\phi}{dt} = \boxed{\frac{B_0 A}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$



② $B = \mu_0 I n \qquad I = I_0 (1 - e^{-\alpha t})$

$\phi = B \cdot A \Rightarrow \phi = \mu_0 I n \pi R^2$

$\phi = \mu_0 I_0 n (1 - e^{-\alpha t}) \pi R^2 N$ PARA N = ESPIRAS

$$|f_{em}| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = \frac{d}{dt}\left(\mu_0 I_0 n (1 - e^{-\alpha t}) \pi R^2 N\right)$$

$$\boxed{|f_{em}| = \mu_0 I_0 n \pi R^2 N \alpha e^{-\alpha t}}$$

③ $$\phi = \int_0^{\ell}\int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x}\, dx\, dy$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\,\ell\, \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \Rightarrow \phi = \frac{\mu_0 I_0 \sin(\omega t+\delta)}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

$$|fem| = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 \ell}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)\cdot \omega\cos(\omega t+\delta) \quad \text{PARA 1 ESPIRA}$$

Para $\sim$ ESPIRAS

$$|fem| = \frac{N\mu_0 I_0 \ell \omega}{2\pi}\cos(\omega t+\delta)\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

④ $$F = ILB \qquad I = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$$

$$F = IwB$$

$$\phi = BwY \qquad |fem| = Bw\frac{dy}{dt} = Bwv$$

$$I = \frac{F}{wB} \qquad I = \frac{|\mathcal{E}|}{R}$$

$$\frac{F}{wB} = \frac{Bwv}{R} \Rightarrow V = \frac{FR}{B^2w^2}$$

$$F = m\cdot g \Rightarrow V = \frac{mgR}{B^2w^2}$$

⑤ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ $\quad \phi = \iint B.\hat{n}\, dx\, dy$

$$\phi = \int_0^b \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx\, dy = \boxed{\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right)}$$

$$fem = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) I_0 . e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \Rightarrow |fem| = \frac{\mu_0 b}{2\pi \tau} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) I_0 . e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\therefore \boxed{fem = \frac{\mu_0 b}{2\pi \tau} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) . I}$

⑥

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ $\quad \phi = \iint B.\hat{n}\, dx\, dy$

$$\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{l} \int_r^{(r+w)} \frac{1}{x} dx\, dy \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l \ln\left(\frac{r+w}{r}\right)}$$

$I = \frac{|fem|}{R}$ $\quad |fem| = \frac{d\phi}{dt}$

$y = \ln\left(\frac{r+w}{r}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dr} \cdot \boxed{\frac{dr}{dt}} = v$

$$\frac{dy}{dr} = \frac{1}{\frac{r+w}{r}} \cdot \frac{1(r) - (r+w)}{r^2}$$

$$\frac{dy}{dr} = \frac{r}{r+w} \cdot \frac{(r = r - w)}{r^2} = \frac{-w}{(r+w)r}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-w}{(r+w)r} \cdot v \qquad \therefore |fem| = \frac{\mu_0 I l v}{2\pi r} \frac{w}{(r+w)}$$

$I = \frac{|fem|}{R} \Rightarrow \boxed{I = \frac{\mu_0 I l v}{2\pi R r} \cdot \frac{w}{(r+w)}}$

(8) $I = \frac{|f_{em}|}{R}$ $\qquad \phi = B.l.x$

$|f_{em}| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv \Rightarrow \boxed{I = \frac{Blv}{R}}$

$F = ILB \Rightarrow F = \frac{Blv}{R}.(LB) \Rightarrow \boxed{F = \frac{B^2L^2v}{R}}$

(9) V_1 —— $-N_1 \frac{d\phi_m}{dt}$

V_2 —— $-N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$

$$-V_2 N_1 \frac{d\phi_m}{dt} = -V_1 N_2 \frac{d\phi_m}{dt}$$

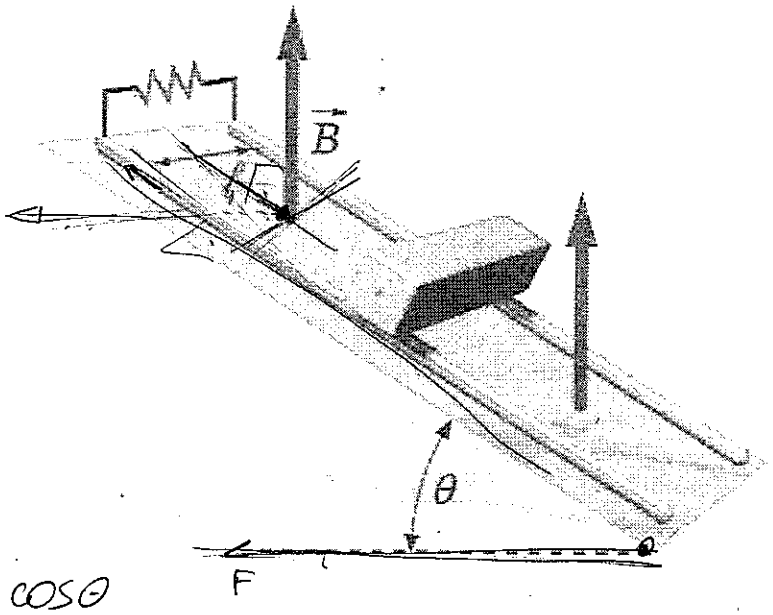
$$V_2 N_1 = V_1 N_2 \Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}}$$

10) Na figura abaixo, uma barra condutora de massa m e resistência desprezível está livre para deslizar sem atrito ao longo de dois trilhos paralelos de resistência desprezível separados por uma distância l e ligados a uma resistência R. Os trilhos estão presos em um plano inclinado que faz um ângulo θ com a horizontal. O conjunto está submetido a um campo magnético B dirigido verticalmente para cima. (a) Mostre que a barra está sujeita a uma força de freagem, dirigida para cima ao longo do plano inclinado, dada por:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{B^2 \ell^2 v \cos^2(\theta)}{R}$$

(b) Mostre que a velocidade limite da barra é dada por:

$$v = \frac{mgR sen(\theta)}{B^2 \ell^2 \cos^2(\theta)}$$



(a) $\phi = Bl \times \cos\theta$

$fem = \cos\theta Bl \frac{dx}{dt} \Rightarrow fem = \cos\theta BLv$

$I = \frac{|\cos\theta BLv|}{R}$ $\quad I = \frac{\cos\theta BLv}{R}$

$F_1 = FCOS\theta$

$F_1 = IlB.\cos\theta$

$F_1 = \frac{\cos\theta Blv \cdot l.B\cos\theta}{R}$

$\boxed{F_1 = \frac{B^2 l^2 \cos^2\theta v}{R}}$

(b) $F = mg \quad F_1 = mg\,sen\theta$

$F_1 = IlB\cos\theta$

$IlB\cos\theta = mg\,sen\theta$

$\frac{\cos\theta BLv.l.B\cos\theta}{R} = mg\,sen\theta$

$\frac{B^2 l^2 \cos^2\theta v}{R} = mg\,sen\theta$

$v = \frac{mg\,sen\theta R}{B^2 l^2 \cos^2\theta}$